

66. ročník matematické olympiády

Úlohy klauzurní části školního kola kategorie B

1. Na tabuli je napsáno pět navzájem různých kladných čísel. Určete, kolika nejvýše způsoby se z nich dá sestavit dvojice, jejíž součet se rovná některému z pěti čísel napsaných na tabuli.
2. Na odvěsnách AC a BC daného pravoúhlého trojúhelníku ABC určete po řadě body K a L tak, aby součet

$$|AK|^2 + |KL|^2 + |LB|^2$$

nabýval nejmenší možné hodnoty, a vyjádřete ji pomocí $c = |AB|$.

3. Napíšeme za sebou 1 000 přirozených čísel, která mají vlastnosti: součet každých sedmi po sobě zapsaných čísel je 2 017, na 123. místě je číslo 123, na 234. místě číslo 234 a na 345. místě číslo 345. Určete součet čtyř čísel na 456., 567., 678. a 789. místě.

Klauzurní část školního kola kategorie B se koná

v úterý 31. ledna 2017

tak, aby začala dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulátory, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.